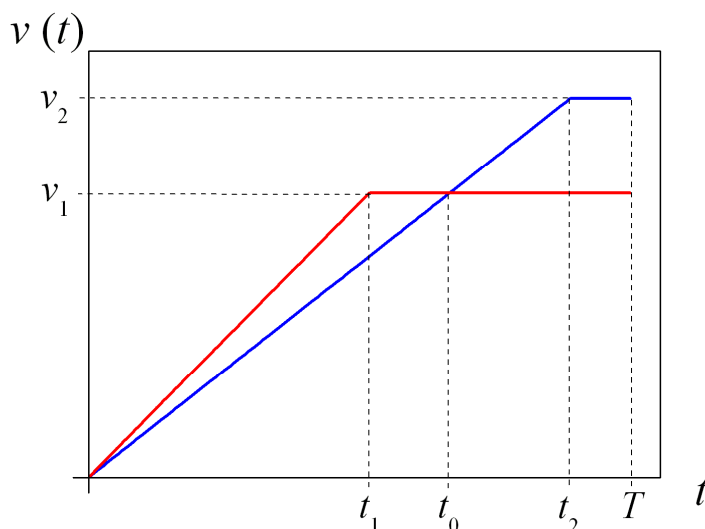


DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 08. – 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 1. grupa – rješenja

Zadatak 1 (18 bodova)

Prikažimo gibanje vlakova na v - t dijagramu.



(3)

Brzine kojima se vlakovi gibaju jednoliko po pravcu jednake su:

$$v_1 = a_1 t_1$$

$$v_2 = a_2 t_2$$

(2)

Iz čega slijedi da je omjer ubrzanja jednak:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1}{v_2} \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{4} \frac{t_2}{t_1}$$

(1)

Ukupan put koji prijeđu vlakovi jednak je:

$$s = \frac{1}{2} v_1 t_1 + v_1 (T - t_1) = v_1 T - \frac{1}{2} v_1 t_1$$

$$s = \frac{1}{2} v_2 t_2 + v_2 (T - t_2) = v_2 T - \frac{1}{2} v_2 t_2$$

(2)

Put koji su prešli vlakovi do trenutka mimoilaženja jednak je:

$$s_1 = \frac{1}{2} v_1 t_1 + v_1 (t_0 - t_1)$$

$$s_2 = \frac{1}{2} v_1 t_0$$

(2)

Zbroj ova dva puta jednak je ukupnoj udaljenosti koju prijeđu vlakovi.

$$s = s_1 + s_2 = \frac{3}{2} v_1 t_0 - \frac{1}{2} v_1 t_1$$

(1)

Ubrzanje drugog vlaka jednako je:

$$a_2 = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_1}{t_0} \quad (1)$$

Iz čega slijedi da je vrijeme mimoilaženja:

$$t_0 = \frac{v_1}{v_2} t_2 = \frac{3}{4} t_2 \quad (1)$$

Pa je udaljenost između gradova jednaka:

$$s = \frac{9}{8} v_1 t_2 - \frac{1}{2} v_1 t_1 \quad (1)$$

Ukupno vrijeme putovanja je:

$$T = \frac{s}{v_1} + \frac{1}{2} t_1 = \frac{9}{8} t_2 - \frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_1 = \frac{9}{8} t_2 \quad (2)$$

$$T = \frac{s}{v_2} + \frac{1}{2} t_2 = \frac{9}{8} \frac{v_1}{v_2} t_2 - \frac{1}{2} \frac{v_1}{v_2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 = \frac{43}{32} t_2 - \frac{3}{8} t_1$$

Iz čega slijedi:

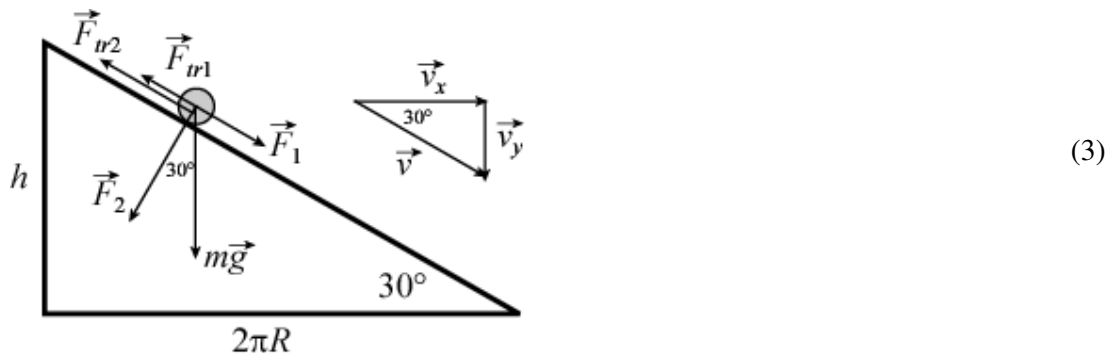
$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{7} \quad (1)$$

Omjer ubrzanja je:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{7} \quad (1)$$

Zadatak 2 (18 bodova)

Tijelo se giba po kosini:



S obzirom da je omjer kateta pravokutnog trokuta jednak $2\pi R/h = \sqrt{3}$, kut između hipotenuze i duže katete je 30° .

Težinu tijela rastavimo na komponentu niz kosinu F_1 i okomito na kosinu F_2 :

$$F_1 = \frac{1}{2} mg \quad (2)$$

$$F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$

Sila trenja na tijelo zbog dodira sa donjom podlogom je:

$$F_{ir1} = \mu F_2 = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

Sila trenja zbog dodira sa okomitom stijenkom žlijeba je:

$$F_{tr2} = \mu \frac{mv_x^2}{R} \quad (3)$$

Horizontalna komponenta brzine kuglice v_x jednaka je:

$$v_x = \frac{\sqrt{3}}{2} v \quad (1)$$

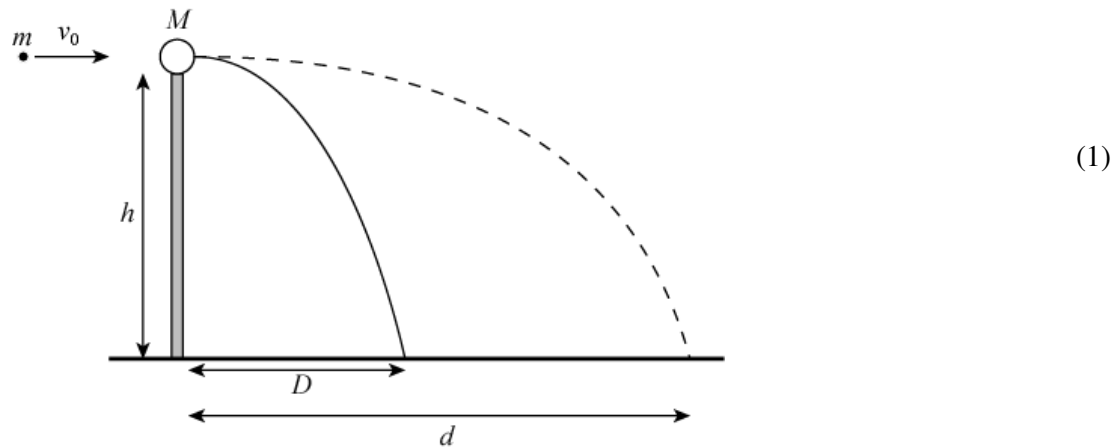
Tijelo se spušta brzinom stalnog iznosa pa je zbroj svih sila koje djeluju na tijelo niz kosinu jednak nuli:

$$F_1 - F_{tr1} - F_{tr2} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}mg = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} + \mu \frac{3mv^2}{4R}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Rg}{3\mu}(1 - \mu\sqrt{3})} = 7.35 \text{ m/s} \quad (2)$$

Zadatak 3 (17 bodova)



a) Kugla nakon sudara ima brzinu u horizontalnom smjeru te pada sa visine h . Vrijeme potrebno da padne na tlo iznosi:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1 \text{ s} \quad (2)$$

Za to vrijeme u horizontalnom smjeru prijeđe udaljenost D iz čega se može izračunati brzina kugle nakon sudara:

$$D = Vt \Rightarrow V = \frac{D}{t} = 20 \text{ m/s} \quad (2)$$

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar metka i kugle glasi:

$$mv_0 = mv + MV \quad (2)$$

Iz zakona očuvanja količine gibanja slijedi da je brzina metka nakon sudara jednaka:

$$v = v_0 - \frac{MV}{m} = 100 \text{ m/s} \quad (2)$$

Brzina metka nakon sudara je također u horizontalnom smjeru te će mu trebati jednako vrijeme t kao kugli da padne na tlo, a udaljenost od stupa na koju će pasti jednaka je:

$$d = vt = 100 \text{ m} \quad (2)$$

b) Zakon očuvanja energije:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} + Q \quad (2)$$

Slijedi da se prilikom sudara u toplinu pretvori

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \right) = 1160 \text{ J} \quad (2)$$

Odnosno

$$p = \frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = 0.928 = 92.8\% \quad (2)$$

Početne kinetičke energije metka.

Zadatak 4 (17 bodova)

Brzina kojom čovjek odskoči sa površine asteroida jednaka je brzini kojom odskoči sa površine Zemlje. Za skok čovjeka vertikalno u vis na Zemlji vrijede sljedeće jednačbe:

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$
$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} \quad (3)$$

Ukupna energija čovjeka nakon odskoka sa površine asteroida mora biti jednaka nuli da ne padne natrag na asteroid.

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM}{R} = 0 \quad (3)$$

Masu asteroida izrazimo pomoću gustoće:

$$M = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 \quad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za masu i brzinu v_0 dobije se:

$$gh = G\rho \frac{4\pi}{3} R^2$$
$$R = \sqrt{\frac{3gh}{4\pi G\rho}} = 3.75 \text{ km} \quad (3)$$

b) Gravitacijska sila asteroida na tijelo koje kruži blizu njegove površine jednaka je centripetalnoj sili.

$$\frac{GmM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$$

Brzina kruženja satelita oko asteroida iznosi:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (1)$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$\frac{G}{R} \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$
$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 7517 \text{ s} = 2.09 \text{ h} \quad (3)$$