DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole - 4. grupa - rješenja zadataka

Zadatak 1 (17 bodova)

Indeks loma vode različit je od indeksa loma zraka pa se lom svjetlosti na sfernoj graničnoj plohi mijenja. Lom svjetlosti je slabiji kad je oko u vodi nego kad je u zraku pa se zrake pri gledanju pod vodom fokusiraju iza mrežnice. **(2 boda)**

Za sfernu graničnu plohu (rožnicu) polumjera zakrivljenosti R između medija indeksa loma n=1,4 i zraka vrijedi $\frac{1}{a}+\frac{n}{d}=\frac{n-1}{R}$, gdje je a udaljenost predmeta od rožnice, a d=2,6cm udaljenost od rožnice do slike, t.j. do mrežnice. **(2 boda)**

Uzimajući da je predmet u beskonačnosti, dobije se $R=d\frac{n}{n-1}=9{,}1\text{cm}$. **(2 boda)**

Kad je to oko u vodi indeksa loma n_v, slika predmeta udaljenog b od rožnice fokusirat će se na mrežnici ako je $\frac{n_v}{b}+\frac{n}{d}=\frac{n-n_v}{R}$.

(1 bod)

Odatle slijedi b=-2,5cm, gdje minus označava da predmet treba biti unutar oka. **(2 boda)**

To znači da korektivna leća treba proizvesti sliku na tom mjestu koje je udaljeno x'=2cm+2,5cm=4,5cm od nje. **(1 bod)**

Za leću u zraku vrijedilo bi $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f}=(n_s-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$, gdje je n_s indeks loma stakla, a R_1 i R_2 su polumjeri zakrivljenosti stranica leće. **(2 boda)**

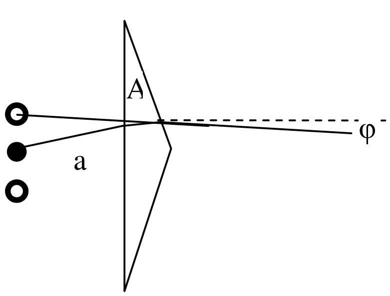
Na isti način, za tu leću u vodi vrijedi $\frac{n_v}{x}+\frac{n_v}{x'}=\frac{1}{f'}=(n_s-n_v)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$. **(2 boda)**

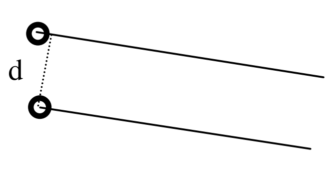
Iz te dvije jednadžbe i uz uvjet da je predmet u beskonačnosti slijedi $\frac{n_v}{x'}=(n_s-n_v)\cdot\frac{1}{f(n_s-1)}$.

(2boda)

To daje žarišnu daljinu leće mjerenu u zraku f=1,58cm. **(1 bod)**

Zadatak 2 (18 bodova)





Iz izvora zraka nailazi pod kutom α na prizmu, lomi se u staklu pod kutom β, nailazi na sljedeću graničnu plohu pod kutom γ te se lomi van u zrak pod kutom δ, sve mjereno s obzirom na okomice na graničnim plohama. Stoga možemo pisati $\sin\alpha = n\sin\beta$ i $n\sin\gamma=\sin\delta$. **(2 boda)**

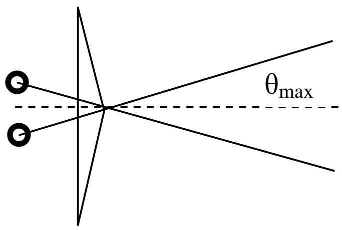
Uvjet kutova unutar trokuta daje $A=\beta+\gamma$, a kut skretanja je $\varphi=\delta-A$. Iz navedenih jednadžbi i uz uvjet da su svi kutovi mnogo manji od 1rad, dobije se $\varphi = A(n-1)$. **(2 boda)**

Svaki od virtualnih izvora otklonjen je za kut φ od horizontale tako da je udaljenost među izvorima $d=2a\varphi=2aA(n-1)=1\text{mm}$.

(2 boda + 1 za sliku)

Uvjet za konstruktivnu interferenciju zraka koje se šire iz dva virtualna izvora je $d\theta = k\lambda$, gdje je θ otklon od horizontale. **(2 boda)**

Položaj k-tog maksimuma na zaslonu udaljenom b od biprizme je $y_k = (a+b)\theta = \frac{(a+b)\lambda}{d}k$ pa je razmak susjednih maksimuma $y_k = \frac{(a+b)\lambda}{d} = 1{,}6\text{mm}$. **(4 boda)**



Broj vidljivih maksimuma određen je vrhom biprizme koji ograničava kut otklona na $\theta_{\max} = \frac{d}{2a}$. **(2 boda)**

Kutni razmak među maksimumima je $\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$ pa je ukupan broj maksimuma $N = 2\cdot\frac{\theta_{\max}}{\Delta\theta} = \frac{d^2}{a\lambda} = \frac{4aA^2(n-1)^2}{\lambda} = 10.$ **(3 boda)**

Zadatak 3 (17 bodova)

Promjenu valne duljine pri raspršenju svjetlosti na elektronima ne može se objasniti klasičnom fizikom, već apsorpcijom fotona valne duljine λ te emisijom fotona valne duljine λ', dakle kvantnom fizikom. **(2 boda)**

Iz zakona očuvanja energije $pc + m_e c^2 = p'c + E$, gdje su p i p' količine gibanja fotona i E konačna energija elektrona, zatim zakona očuvanja količine gibanja $\vec{p} - \vec{p}' = \vec{P}$, gdje je P konačna količina gibanja elektrona, te uz jednakost $E^2 = m^2c^4 + P^2c^2$ i deBroglieve relacije $\lambda = \frac{h}{p}$ za foton slijedi jednadžba Comptonova raspršenja $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi)$, gdje je φ kut pod kojim odleti izlazni foton s obzirom na smjer dolaznoga. **(2 boda)**

Nakon prvoga sudara je $\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_1)$, **(1 bod)**

gdje je $\lambda_0 = \frac{hc}{E_0}$, što uz E_0=1MeV iznosi $\lambda_0 = 1{,}242\cdot 10^{-12}\text{m} \ll \lambda_N$. **(1 bod)**

Nakon drugoga sudara $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_2)$

i tako dalje do N-toga $\lambda_N - \lambda_{N-1} = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_N)$. **(2 boda)**

Zbrajanjem tih N jednadžbi slijedi $\lambda_N - \lambda_0 = N\frac{h}{mc} - \frac{h}{mc}\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i$.

U ogromnom broju sudara energija fotona se postupno mijenja pa su kutovi φ maleni te vrijedi $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$. Stoga je $\lambda_N - \lambda_0 = \frac{h}{2mc}\sum_{i=1}^{N}\varphi_i^2 = \frac{Nh}{2mc}\overline{\varphi^2}$. **(2 boda)**

Prosječni kvadrat otklona je $\overline{\varphi^2} \approx \frac{2mc\lambda_N}{Nh} = 4{,}12\cdot 10^{-21}$. **(1 bod)**

Promjena valne duljine u prosječnom sudaru je $\lambda_{i+1} - \lambda_i = \frac{h}{2mc}\varphi_i^2 = 5\cdot 10^{-33}\text{nm}$. **(2 boda)**

Za prosječni otklon slijedi $\varphi_i = \sqrt{\frac{2mc(\lambda_{i+1}-\lambda_i)}{h}} = 3{,}7\cdot 10^{-9}\circ$. **(1 bod)**

Prosječno vrijeme između dva sudara je $\tau = \frac{t}{N}$ gdje je t ukupno vrijeme putovanja fotona. **(1 bod)**

Stoga je srednji slobodni put fotona (zrake svjetlosti) $l = c\tau = \frac{ct}{N} = 0{,}095\text{mm}$. **(2 boda)**

Zadatak 4 (18 bodova)

Valna duljina pri kojoj plavi div zrači najvećim intenzitetom dobije se iz Wienova zakona $\lambda_{MD} = \frac{C}{T_D} = 96{,}7\text{nm}$, gdje je C Wienova konstanta, a T_D temperatura površine. **(1 bod)**

Zvijezda se naziva plavim divom zato jer je od vidljivog spektra najintenzivnije zastupljen plavi dio. **(1 bod)**

Kuglasto tijelo polumjera R temperature T zrači snagu $P = 4\pi R^2 \sigma T^4$, gdje je σ Štefan-Boltzmann konstanta. **(1 bod)**

Temperatura površine Sunca je $T_S = \sqrt[4]{\frac{P_S}{4\pi R_S^2 \sigma}} = 5784\text{K}$. **(1 bod)**

Valna duljina pri kojoj Sunce zrači najintenzivije je $\lambda_{MS} = \frac{C}{T_S} = 501\text{nm}$, što odgovara žutoj boji. **(2 boda)**

Ako je η udio intenziteta zračenja unutar vidljivog dijela spektra u ukupnom intenzitetu, onda prema uvjetu zadatka možemo pisati $P_D\eta_D = 100000 \cdot P_S\eta_S$. **(2 boda)**

Sa slike uz zadatak očitamo površinu ispod krivulje gustoće intenziteta s granicama od 400nm do 700nm. Za Sunce to odgovara od $0{,}8\lambda_{MS}$ do $1{,}4\,\lambda_{MS}$, a za plavi div od $4{,}14\,\lambda_{MD}$ do $7{,}24\,\lambda_{MD}$. Dobije se $\eta_S=0{,}493-0{,}131=0{,}362$ i $\eta_D=0{,}987-0{,}947=0{,}04$. **(5 bodova)**

Slijedi $R_D = R_S \left(\frac{T_S}{T_D}\right)^2 \cdot 10^{5/2} \cdot \left(\frac{\eta_S}{\eta_D}\right)^{1/2} = 35{,}4 \cdot R_S = 2{,}46 \cdot 10^{10}\text{m}$. **(3 boda)**

Vidljivi sjaj je $P_v = \eta P$, a budući da η ovisi o temperaturi s kojom se pomiče položaj λ_M s obzirom na granice vidljivog spektra, to vidljivi sjaj nije proporcionalan ukupnoj izračenoj snazi. **(2 boda)**